

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Fakultät für Mathematik und Informatik

Mathematisches Institut

**Zwischenprüfungsordnung der Universität Leipzig
für die Lehramtsstudiengänge
für die Lehrämter an Grund-, Mittel- und Förderschulen
sowie für das Höhere Lehramt an Gymnasien
im Fach Mathematik
Kapitel XVII: Mathematik**

Vom 10. Dezember 2001

Inhalt:

- § 1 Geltungsbereich
 - § 2 Zweck der Prüfung
 - § 3 Prüfungsausschuss
 - § 4 Art und Umfang der Zwischenprüfung
 - § 5 Zulassungsvoraussetzungen
 - § 6 Bewertung der Prüfungsleistungen
 - § 7 In-Kraft-Treten
- Anlagen: Inhalte der Zwischenprüfung

**§ 1
Geltungsbereich**

Diese Regelungen gelten für Studierende, die die Zwischenprüfung für das Lehramt an Grundschulen, das Lehramt an Mittelschulen, das Lehramt an Förderschulen oder das Höhere Lehramt an Gymnasien ablegen möchten. Die Bestimmungen der Zwischenprüfungsordnung im Fach Mathematik gelten nur in Verbindung mit den Regelungen des Ersten und Zweiten Teils der Zwischenprüfungsordnung der Universität Leipzig für die Lehramtsstudiengänge für die Lehrämter an Grund-, Mittel- und Förderschulen sowie für das Höhere Lehramt an Gymnasien.

**§ 2
Zweck der Prüfung**

In der Zwischenprüfung soll der Kandidat nachweisen, dass er die grundlegenden Inhalte und Methoden der Analysis, der Algebra und der Geometrie so beherrscht, dass ein erfolgreicher Abschluss des Hauptstudiums erwartet werden kann.

§ 3 Prüfungsausschuss

- (1) Für die Durchführung der Prüfungen nach dieser Ordnung ist der Prüfungsausschuss für Mathematik zuständig.
- (2) Der Prüfungsausschuss setzt sich zusammen aus dem Vorsitzenden, dessen Stellvertreter, einem weiteren hauptamtlichen Hochschullehrer, einem wissenschaftlichen Mitarbeiter und einem Studierenden.

§ 4 Art und Umfang der Zwischenprüfung

- (1) Die Zwischenprüfung besteht aus zwei Teilprüfungen, die gemäß § 23 (3) SächsHG spätestens bis zum Beginn des fünften Semesters, für das Lehramt an Grundschulen bereits bis zum Beginn des vierten Semesters abzulegen sind.

Die Teilprüfungen können in verschiedenen Prüfungszeiträumen abgelegt werden.

- (2) Die Zwischenprüfung erfolgt getrennt für das Lehramt an Grundschulen, die Lehrämter an Mittel- oder Förderschulen und das Höhere Lehramt an Gymnasien.

Lehramt an Grundschulen:

Erste Teilprüfung: Lineare Algebra, Analytische Geometrie

Zweite Teilprüfung: Differential- u. Integralrechnung I

Lehramt für Mittel- oder Förderschulen:

Erste Teilprüfung: Lineare Algebra, Analytische Geometrie, Algebra / Zahlentheorie

Zweite Teilprüfung: Differential- und Integralrechnung I und II

Höheres Lehramt an Gymnasien:

Erste Teilprüfung: Lineare Algebra/Analytische Geometrie I und II

Zweite Teilprüfung: Differential- und Integralrechnung I und II

Der Student wählt außerdem entweder zur ersten Teilprüfung das Gebiet Algebra oder zur zweiten Teilprüfung das Gebiet Gewöhnliche Differentialgleichungen.

Der Inhalt der Zwischenprüfung wird in den Anlagen zu der vorliegenden Ordnung dargestellt.

- (3) Die beiden Teilprüfungen zur Zwischenprüfung sind als mündliche Prüfungen abzulegen.

Diese sind i.d.R. Einzelprüfungen und erstrecken sich über eine Dauer von 15 bis 30 Minuten je Kandidat. Ausnahmen hiervon regelt § 6 (5) Erster Teil: Allgemeine Vorschriften der Zwischenprüfungsordnung vom 30. April 2001.

§ 5 Zulassungsvoraussetzungen

- (1) Fachliche Zulassungsvoraussetzungen

Die fachlichen Zulassungsvoraussetzungen zur Zwischenprüfung sind:

- je ein Leistungsnachweis zu den Kursen

für Studenten des Lehramtes an Grundschulen:

- Lineare Algebra
- Analytische Geometrie
- Differential- und Integralrechnung I

für Studenten der Lehrämter an Mittel- oder Förderschulen:

- Lineare Algebra
- Analytische Geometrie
- Algebra / Zahlentheorie
- Differential- und Integralrechnung I
- Differential- und Integralrechnung II

für Studenten des Höheren Lehramtes an Gymnasien:

- Lineare Algebra / Analytische Geometrie I
- Lineare Algebra / Analytische Geometrie II
- Differential- und Integralrechnung I
- Differential- und Integralrechnung II
- Algebra oder Gewöhnliche Differentialgleichungen

- sowie ein Leistungsnachweis zum Aufgabenpraktikum.

Leistungsnachweise zu einer Lehrveranstaltung sind schriftliche Nachweise, die in Verantwortung des Lesenden vergeben werden. Grundlage für ihre Erteilung können sein:

- Leistungen in Seminaren, Praktika und Übungen
- Lösen von Übungsaufgaben
- mündliche Leistungen
- Ergebnisse von Klausuren.

Das Verfahren für die Vergabe von Leistungsnachweisen für das laufende Semester ist zu Beginn jeder Lehrveranstaltung durch den Lesenden bekannt zu geben.

- (2) Antrag auf Zulassung

Der Antrag auf Zulassung zur Zwischenprüfung ist schriftlich bis spätestens

vier Wochen vor Beginn des Prüfungszeitraumes an den Vorsitzenden des Prüfungsausschusses zu richten.

Dem Antrag sind beizufügen:

- Eine Erklärung über das Vorliegen der in § 10 (2) Punkt 1 des Ersten Teiles: Allgemeine Vorschriften der Zwischenprüfungsordnung vom 30. April 2001 genannten Zulassungsvoraussetzungen;
- eine Erklärung darüber, ob der Kandidat die Zwischenprüfung in denselben Fächern in demselben Lehramtsstudiengang endgültig nicht bestanden hat oder ob er sich in einem entsprechenden Prüfungsverfahren befindet;
- die in Absatz 1 genannten Zulassungsvoraussetzungen.
Leistungsnachweise des laufenden Semesters können bis zum Prüfungstermin nachgereicht werden.
Werden die Teilprüfungen in verschiedenen Prüfungszeiträumen abgelegt, so sind nur die Leistungsnachweise für die jeweilige Teilprüfung einzureichen.
Der Leistungsnachweis zum Aufgabenpraktikum muss vor der zweiten Teilprüfung vorliegen.

Über den Antrag auf Zulassung zur Zwischenprüfung entscheidet der Vorsitzende des Prüfungsausschusses gemäß § 10 (4) und (5) des Ersten Teiles: Allgemeine Vorschriften der Zwischenprüfungsordnung vom 30. April 2001 innerhalb von zwei Wochen nach Antragstellung.

Die Frist beginnt zu laufen, wenn die dem Antrag beizufügenden Unterlagen vorliegen.

§ 6 Bewertung der Prüfungsleistungen

Die Fachnote wird gemäß § 11 (2) der Allgemeinen Vorschriften der Zwischenprüfungsordnung der Universität Leipzig für Lehramtsstudiengänge ermittelt. Die Zwischenprüfung im Fach Mathematik gilt nur dann als bestanden, wenn jede der Teilprüfungen mit mindestens "ausreichend" (4,0) bewertet wurde.

§ 7 In-Kraft-Treten

- (1) Diese Zwischenprüfungsordnung wurde ausgefertigt aufgrund des Beschlusses des Akademischen Senats der Universität Leipzig vom 12. Dezember 2000.

Diese Zwischenprüfungsordnung wurde dem Sächsischen Staatsministerium für Wissenschaft und Kunst mit Schreiben vom 15. Dezember 2000 angezeigt. Die Genehmigung des Sächsischen Staatsministeriums für Wissenschaft und Kunst erfolgte mit Schreiben vom 6. April 2001 (Az.: 2-7831-13-0361/1-5,50-1,24-7,53-1 und 51-6).

- (2) Die Zwischenprüfungsordnung für die Lehramtsstudiengänge an der Universität Leipzig tritt rückwirkend zum 1. Oktober 2000 in Kraft. Sie wird in den Amtlichen Bekanntmachungen der Universität Leipzig veröffentlicht.

- (3) Die Zwischenprüfungsordnung gilt für die Lehramtsstudenten der Universität Leipzig, deren Immatrikulation im Fach Mathematik ab Wintersemester 2000/2001 erfolgt ist.

Leipzig, den 10. Dezember 2001

Professor Dr. Volker Bigl
Rektor

Anlagen

Inhalte der Zwischenprüfung

Höheres Lehramt Mathematik an Gymnasien

Prüfungsinhalte sind nur die Inhalte der zugrunde liegenden Vorlesungen und Übungen. Insofern haben die folgenden Angaben empfehlenden Charakter.

Lineare Algebra

Vektorräume:

Begriff - Lineare Abhängigkeit - Basis - Steinitz'scher Austauschsatz - Dimension - Koordinaten - Basis- und Koordinatentransformation - Untervektorräume - Lineare Hülle - Durchschnitt und Kompositum
Euklidische Vektorräume - Skalarprodukt - Schmidtsches Orthonormalisierungsverfahren - Orthogonale Untervektorräume
Homomorphismen (lineare Transformationen) von Vektorräumen - Linearformen und duale Räume - Eigenwerte und Eigenvektoren linearer Transformationen - Eigenwertproblem für symmetrische Transformationen - Ausblick auf Elementarteilertheorie

Matrizen:

Begriff - Elementare Matrizenalgebra - Rang - Klassen äquivalenter und ähnlicher Matrizen - symmetrische und orthogonale Matrizen - Normalformenproblem (Zusammenhang zum Eigenwertproblem) - Ausblick auf Jordansche Normalform

Lineare Gleichungssysteme:

Lösungsfälle und Lösbarkeitskriterien - Struktur der Lösungsmenge - Gauß'scher Algorithmus - Beschreibung von Untervektorräumen durch lineare Gleichungssysteme

Determinanten:

Begriff - elementarer Determinantenkalkül - Inverse und adjungierte Matrix - Cramersche Regel - Charakteristisches Polynom - Satz von Cayley-Hamilton

Analytische Geometrie

Affine Räume:

Begriff - Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen - Lineare Teilräume (analytische Beschreibung, Durchschnitt und Summe, Parallelität) - Teilverhältnis - Strahlensätze, Sätze von Ceva und Menelaos - Doppelverhältnis

Euklidische Räume:

Begriff - Cartesische Koordinatensysteme - Punkteabstand, Winkel, Inhalt eines Parallelotops - Lote zwischen Teilräumen (Vektorprodukt, Hessesche Normalform) - Orientierung

Lineare Transformationen (von Punkträumen):

Affine, äquiforme und metrische Transformationen - Klassifikation der metrischen Transformationen des E^2/E^3 -Erlanger Programm

Klassifikation der Kurven (und Flächen) zweiter Ordnung:

Elementare Eigenschaften der Kegelschnitte - Potenz - Tangenten und Polaren

Algebra

Allgemeines/Grundstrukturen:

Elementare Mengenalgebra - Relationen (Äquivalenz- und Ordnungsrelationen) - Operationen

Gruppen - elementare Folgerungen aus den Axiomen - Permutationsgruppen - zyklische Gruppen

Ringe und Körper - Polynomringe - Quotientenkörper - Unterstrukturen

Strukturverträgliche Abbildungen:

Isomorphismen und Automorphismen - Klassen isomorpher Strukturen

Homomorphismen - Kongruenzklassen bildgleicher Elemente - Zusammenhang mit Unterstrukturen - Normalteiler und Ideale - Faktorgruppe und Restklassenring

Zahlentheorie:

Teilerrelation - Einheiten - Assoziiertheit - ggT und kgV - Zerlegung in Primelemente - Sätze über Primzahlen - Euklidischer Algorithmus - Kettenbrüche - lineare Kongruenzen und diophantische Gleichungen

Differential - und Integralrechnung

Elementares:

Axiome der reellen Zahlen - Absolutbetrag - Rechnen mit Ungleichungen

Zahlenfolgen:

Schranken - Grenzen - Häufungspunkt - Grenzwert - Grenzwertregeln - Cauchy Kriterium - monotone Folgen

Euklidischer Raum R^n :

Abstand - offene und abgeschlossene Mengen - Folgen im R^n - Grenzwert

Funktionen im R^n :

Grenzwert - Grenzwertregeln - Stetigkeit - Eigenschaften stetiger Funktionen

Funktionen im R^1 :

einseitige Grenzwerte - monotone Funktionen - Umkehrfunktion - Definition der elementaren Funktionen

Differentialrechnung:

Definition der partiellen Ableitung - einseitige und uneigentliche Ableitung - Tangente - Differential - Differentiationsregeln - Ableitung der elementaren Funktionen - Mittelwertsätze - Regeln von l'Hospital - Richtungsableitung - Gradient - totales Differential und Fehlerrechnung

Riemannsches Integral im R^1 :

gleichmäßige Stetigkeit - Integral stetiger Funktionen - Eigenschaften des Integrals
- partielle Integration - Substitutionsregel - uneigentliche Integrale -
Parameterintegrale - unbestimmte Integrale - Technik des Integrierens - Lösen
einfacher Differentialgleichungen

Unendliche Reihen:

Konvergenz - Konvergenzkriterien - absolute Konvergenz - Funktionenreihen -
gleichmäßige Konvergenz - Potenz- und Fourierreihen - Definition von e^x , $\sin x$,
 $\cos x$ durch Potenzreihen - Taylorscher Satz mit Anwendung auf Entwicklung von
Funktionen und Kurvendiskussion

Integralrechnung im \mathbb{R}^n :

Parameterdarstellung von Kurven - Bogenlänge - Kurvenintegrale erster und
zweiter Art - Eigenschaften und Anwendungen - Flächenintegrale - Eigenschaften -
Gauß'scher Satz - Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen -
Variablentransformation - Raumintegral - Eigenschaften - Oberflächeninhalt -
Integralsätze von Gauss und Stokes

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Anwendungsbeispiele (z.B. Differentialgleichungen der Physik,
Anfangswertprobleme)

Elementare Lösungsverfahren

- Trennung der Variablen
- homogene Differentialgleichungen
- lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung
- Bernoulli'sche Differentialgleichungen
- exakte Differentialgleichungen und integrierender Faktor

Existenz- und Eindeutigkeitssätze

- Existenzsatz von Peano
- Existenzsatz von Picard-Lindelöf
- Eindeutigkeitssatz

Näherungsverfahren

Systeme linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung

- Fundamentalsystem
- Wronski-Determinante
- Variation der Konstanten

Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

Lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung

- Fundamentalsystem
- Wronski-Determinante
- Variation der Konstanten

Lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Inhalte der Zwischenprüfung

Lehramt Mathematik an Grund-, Mittel- oder Förderschulen

Prüfungsinhalte sind nur die Inhalte der zugrunde liegenden Vorlesungen und Übungen. Insofern haben die folgenden Angaben empfehlenden Charakter.

Lineare Algebra

Vektorräume:

Begriff - Lineare Abhängigkeit - Basis - Steinitz'scher Austauschsatz - Dimension - Koordinaten - Basis- und Koordinatentransformation - Untervektorräume - Lineare Hülle - Durchschnitt und Kompositum
Euklidische Vektorräume - Skalarprodukt - Schmidtsches Orthonormalisierungsverfahren - Orthogonale Untervektorräume
Homomorphismen (lineare Transformationen) von Vektorräumen - Eigenwerte und Eigenvektoren symmetrischer Transformationen

Matrizen:

Begriff - Elementare Matrizenalgebra - Rang - Klassen äquivalenter und ähnlicher Matrizen - symmetrische und orthogonale Matrizen - Normalformenproblem symmetrischer Matrizen (Zusammenhang zum Eigenwertproblem)

Lineare Gleichungssysteme:

Lösungsfälle und Lösbarkeitskriterien - Struktur der Lösungsmenge - Gauß'scher Algorithmus - Beschreibung von Untervektorräumen durch lineare Gleichungssysteme

Determinanten:

Begriff - elementarer Determinantenkalkül - Inverse Matrix - Cramersche Regel

Analytische Geometrie

Affine Geometrie der Ebene und des Raumes:

Begriff - Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen - Geraden und Ebenen - Teilverhältnis - Doppelverhältnis - Ausblick auf (mehrdimensionale) affine Räume

Metrische Geometrie der Ebene und des Raumes:

Begriff - Cartesische Koordinatensysteme - Polar- und Kugelkoordinaten - Skalarprodukt - Vektorprodukt - Spatprodukt - Abstände und Winkel - Anwendung auf Dreieckslehre - Orientierung - Ausblick auf (mehrdimensionale) Euklidische Räume

Affinitäten, Ähnlichkeitsabbildungen und Kongruenzabbildungen:

Begriff - Eigenschaften - Klassifikation der Kongruenzabbildungen des E^2 - Erlanger Programm

Kurven zweiter Ordnung:

Elementare Eigenschaften der Kegelschnitte (Schwerpunkt Kreis) - Potenz - Tangenten und Polaren - Klassifikation

Algebra/Zahlentheorie (*ist für Studierende des Lehramtes an Grundschulen nicht Gegenstand der Zwischenprüfung*)

Allgemeines/Grundstrukturen:

Elementare Mengenalgebra - Relationen (Äquivalenz- und Ordnungsrelationen) - Gruppen, Ringe und Körper - elementare Folgerungen aus den Axiomen - Unterstrukturen

Strukturverträgliche Abbildungen (von Gruppen):

Isomorphismen - Klassen isomorpher Gruppen

Homomorphismen - Kongruenzklassen bildgleicher Elemente - Normalteiler und Faktorgruppe

Zahlentheorie:

Teilerrelation - Einheiten - Assoziiertheit - ggT und kgV - Zerlegung in Primelemente - Sätze über Primzahlen - Euklidischer Algorithmus - lineare Kongruenzen und diophantische Gleichungen

Differential- und Integralrechnung *(für Studierende des Lehramtes an Grundschulen sind nur die Inhalte des Kurses Differential- und Integralrechnung I Gegenstand der Zwischenprüfung)*

Elementares:

Axiome der reellen Zahlen - Betrag - Rechnen mit Ungleichungen

Zahlenfolgen:

Schranken - Grenzen - Häufungspunkt - Cauchyfolge - Grenzwert - Grenzwertsätze

Reihen:

Konvergenz - Konvergenzkriterien - absolute Konvergenz

Funktionen im \mathbb{R}^1 :

Grenzwert - einseitige Grenzwerte - Grenzwertsätze - Stetigkeit - Umkehrfunktion - Eigenschaften stetiger Funktionen - elementare Funktionen (insbes. Definition von Exponentialfunktion und Logarithmus)

Ableitung:

einseitige Ableitung - Tangente - Differential - Differentiationsregeln - Ableitung der elementaren Funktionen - Mittelwertsätze - Taylorscher Satz - Regeln von l'Hospital - Kurvendiskussion - Entwicklung der elementaren Funktionen in Potenzreihen bzw. Definition dieser Funktionen durch Potenzreihen

Riemannsches Integral im \mathbb{R}^1 :

gleichmäßige Stetigkeit - Integral stetiger Funktionen - Eigenschaften des bestimmten Integrals - partielle Integration - Substitutionsregel

Unbestimmtes Integral:

Technik des Integrierens - Integration rationaler Funktionen - Lösen einfacher Differentialgleichungen